Е.В. Курилова, М.П. Кулаков

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ ДВУХ МИГРАЦИОННО-СВЯЗАННЫХ СООБЩЕСТВ ТИПА «РЕСУРС-ПОТРЕБИТЕЛЬ»

***докладчик**:*

м.н.с.

Екатерина Викторовна Курилова

Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
г. Биробиджан

Первое глубокое математическое исследование моделей биологических сообществ, включающих в себя несколько популяций различных видов, и изучение закономерностей динамики их взаимодействия дано в работах Лотки и Вольтерра (1931). Основная особенность этих работ состоит в том, что на основе очень упрощенных представлений о закономерностях развития биологических систем, были получены некоторые представления о качественном характере поведения биологических сообществ, в частности о наличии колебаний плотности популяций в системе взаимодействующих видов.

Продолжением исследований Лотки и Вольтерра являются модели, полученные включением в исходные модели различных дополнительных факторов (Холлинз,1965, Иевлев, 1955, Полуэктов, 1980, Базыкин, 1985, Медвидинский, 1995): эффект насыщения хищника, ограниченность ресурсов жертвы и хищника даже при избытке жертвы и т.п.

Синхронизация играет важную роль в пространственно-временной самоорганизации популяций как простейших организмов, так и высших видов живых существ (Романовский,1971, 1984, Жаботинский, 1974, Пресман, 1976, Гудвин, 1979, Иваницкий, 1978, Колесов, 1979, Блехман, 1981)

Большинство исследователей в качестве моделей элементарных автоколебательных систем используют классические модели генератора Ван-дер-Поля (квазигармонических и релаксационных), модель Хиггинса и различные модификации моделей Лотки-Вольтерра.

Модель миграционно-связанных сообществ

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_1\dfrac{K-x_1}{K} - \dfrac{bx_1y_1}{1+Ax_1} \\ \dot{y}_1 = -cy_1 + \dfrac{dx_1y_1}{1+Ax_1} + my_2 - my_1 \\ \dot{x}_2 = ax_2\dfrac{K-x_2}{K} - \dfrac{bx_2y_2}{1+Ax_2} \\ \dot{y}_2 = -cy_2 + \dfrac{dx_2y_2}{1+Ax_2} + my_1 - my_2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = u_1 - \dfrac{u_1v_1}{1+\alpha u_1} - \varepsilon u_1^2 \\ \dot{v}_1 = -\gamma v_1 + \dfrac{\gamma u_1v_1}{1+\alpha u_1} + \beta v_2 - \beta v_1 \\ \dot{u}_2 = u_2 - \dfrac{u_2v_2}{1+\alpha u_2} - \varepsilon u_2^2 \\ \dot{v}_2 = -\gamma v_2 + \dfrac{\gamma u_2v_2}{1+\alpha u_2} + \beta v_1 - \beta v_2 \end{cases} \quad (2)$$

где *a* - скорость размножения популяции жертвы в отсутствии хищника,
$f = a/K$ - коэффициент внутривидовой конкуренции жертв (самолимитирование) ,
b - удельная скорость потребления популяцией хищника популяции жертвы при единичной плотности обеих популяций,
c - естественная смертность хищника,
d/b - коэффициент переработки потребленной хищником биомассы жертвы в собственную биомассу,
A- коэффициент насыщения хищника,
m- коэффициент миграции хищника.

где $\alpha = \dfrac{Ac}{d}$ – коэффициент насыщения хищника,
$\varepsilon = \dfrac{c}{Kd}$ – коэффициент самолимитирования (конкуренция жертв),

$\gamma = \dfrac{c}{a}$ – относительная скорость роста, равная отношению скорости гибели хищника и скорости прироста жертвы,

$\beta = \dfrac{m}{a}$ – относительная доля миграции, равная отношению доли мигрантов хищника и скорости прироста жертвы.

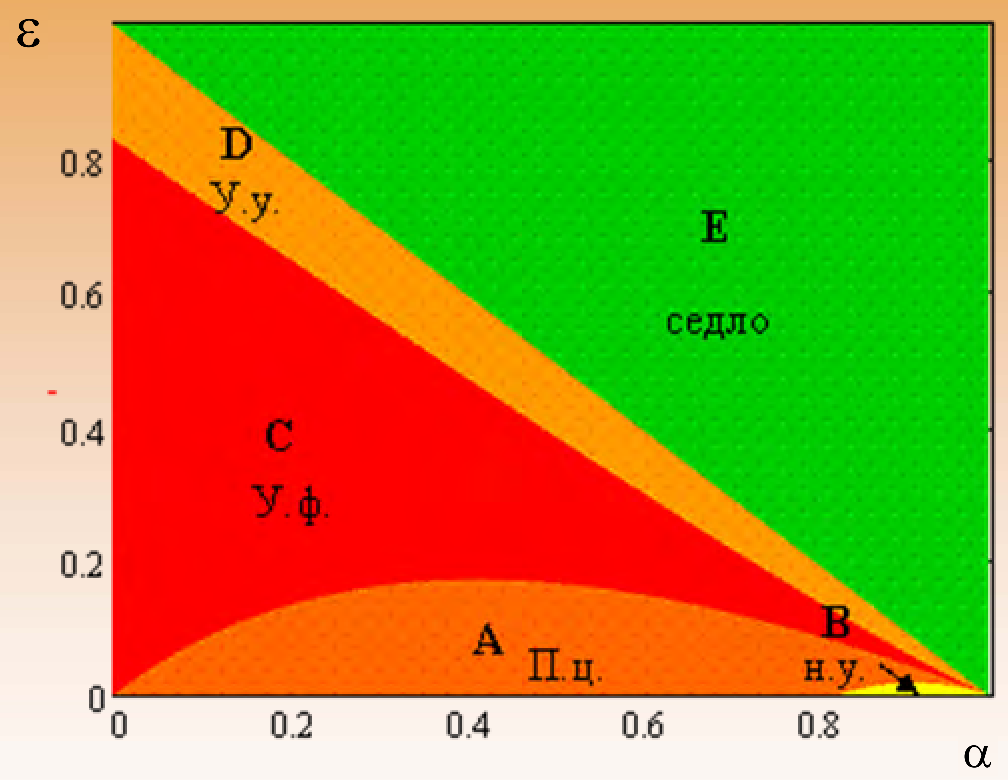
Необходимые условия синхронизации колебаний

- Если любую из рассматриваемых активных систем изолировать от окружающей среды, то они будут продолжать генерировать колебания в собственном ритме. Этот ритм полностью определяется свойствами самой системы.
- Сообщества подстраивают свои ритмы за счет коэффициента связи (миграция хищника).
- Подстройка ритмов происходит в некотором диапазоне расстроек между сообществами: если численность одной из популяций рассматриваемых сообществ медленно изменяется, то численность популяций второго сообщества следует за этим изменением.

Синхронизация понимается как подстройка ритмов за счет взаимодействия и в общем случае не ограничивается полным совпадением сигналов

Бифуркационная диаграмма

$$\begin{cases} \dot{u} = u - \varepsilon u^2 - \dfrac{uv}{1+\alpha u} \\ \dot{v} = -\gamma v + \dfrac{\gamma uv}{1+\alpha u} \end{cases} \quad (3)$$



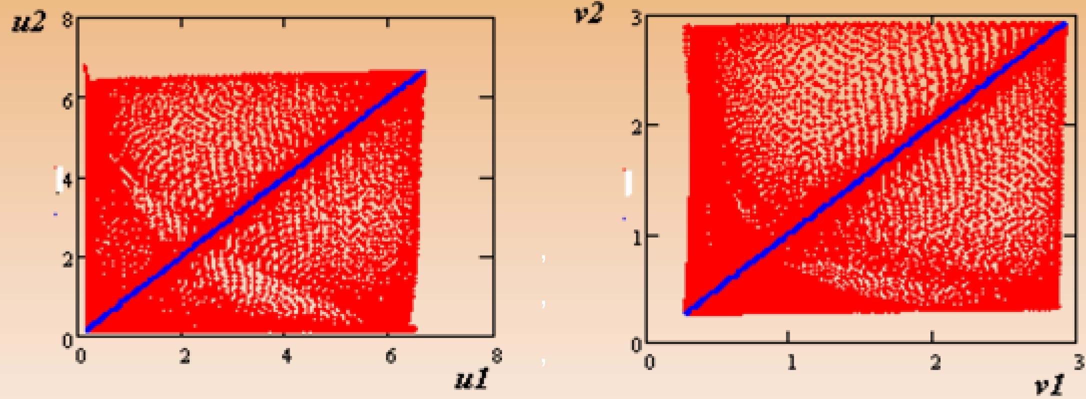
У.у. – устойчивый узел, Н.у. – неустойчивый узел, У.ф. – устойчивый фокус, П.ц. – предельный цикл.

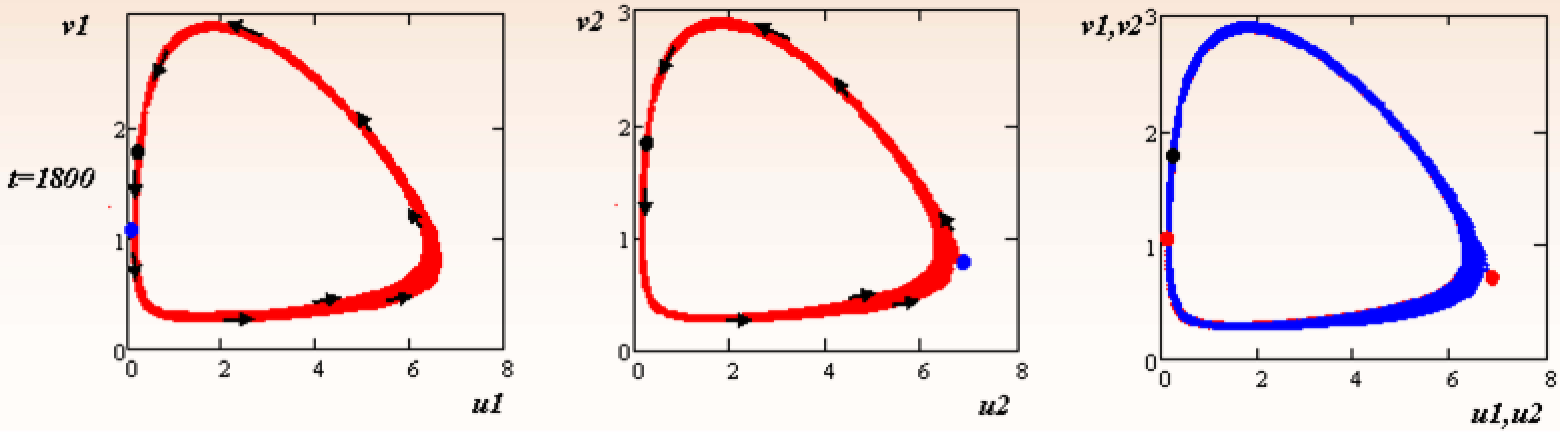
Двумерная проекция фазового портрета системы (2)

$$\varepsilon = 0.12 \qquad \alpha = 0.45 \qquad \gamma = 0.5$$

$$u_1(0) = 0.15288 \quad v_1(0) = 1.0802 \quad u_2(0) = 6.7643 \quad v_2(0) = 0.77231$$

$$\beta = 0.005$$

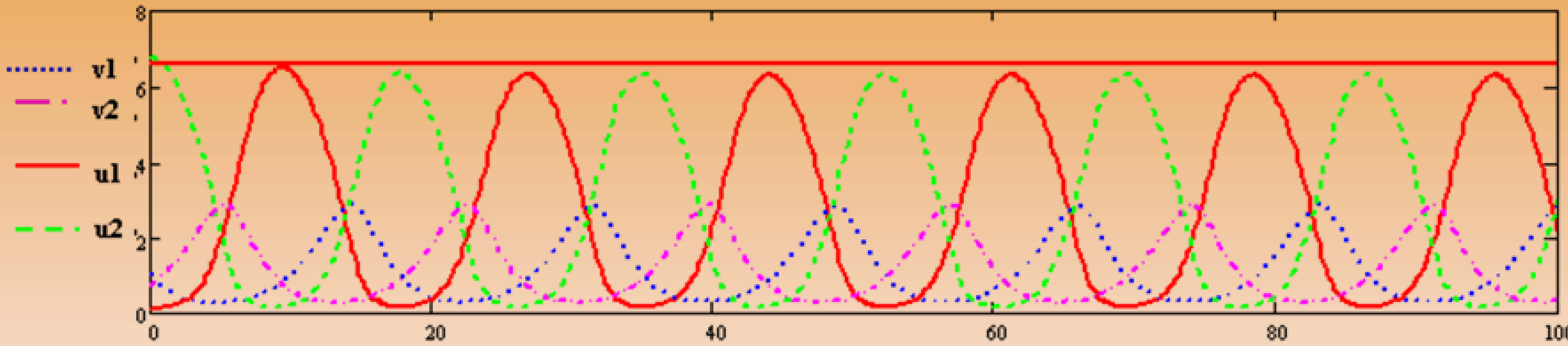




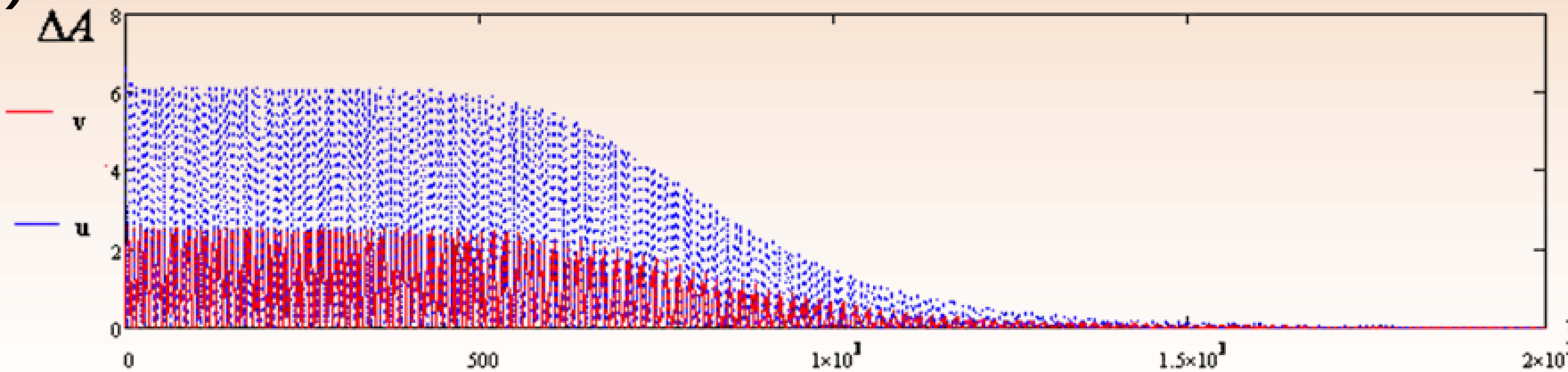
а) динамика системы (2)
b) разности моментальных амплитуд двух сообществ.

$\beta = 0.005$

a)



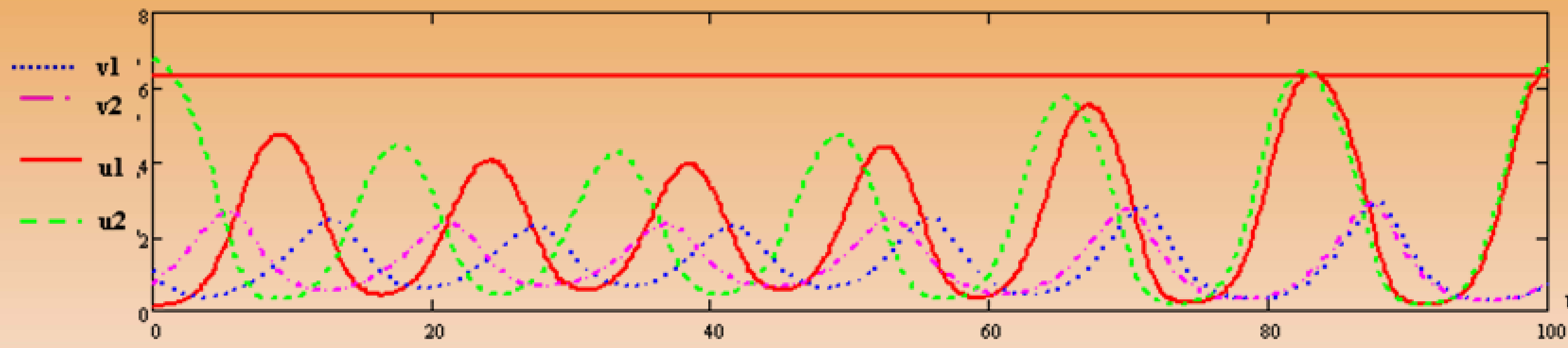
b)



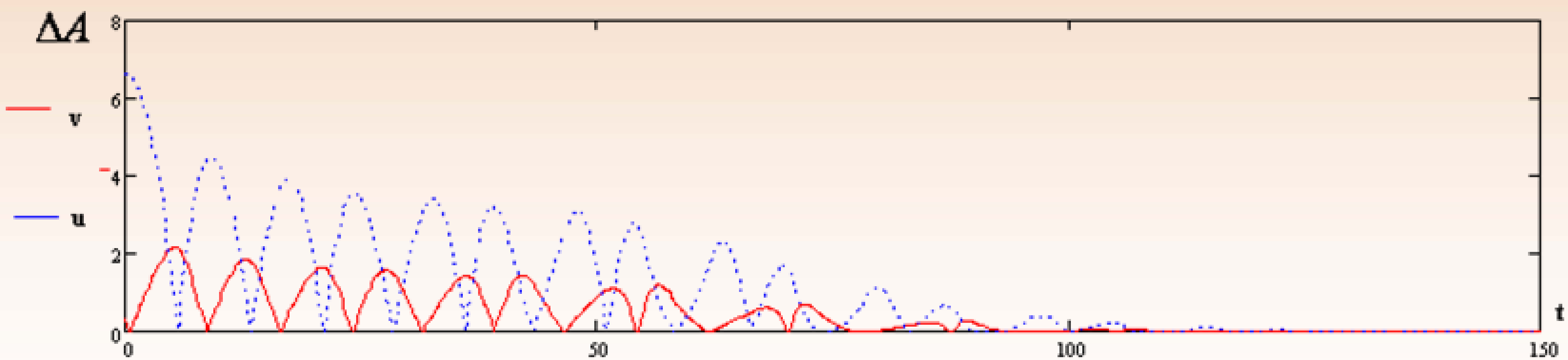
a) динамика системы (2)
b) разности моментальных амплитуд двух сообществ.

$$\beta = 0.05$$

a)

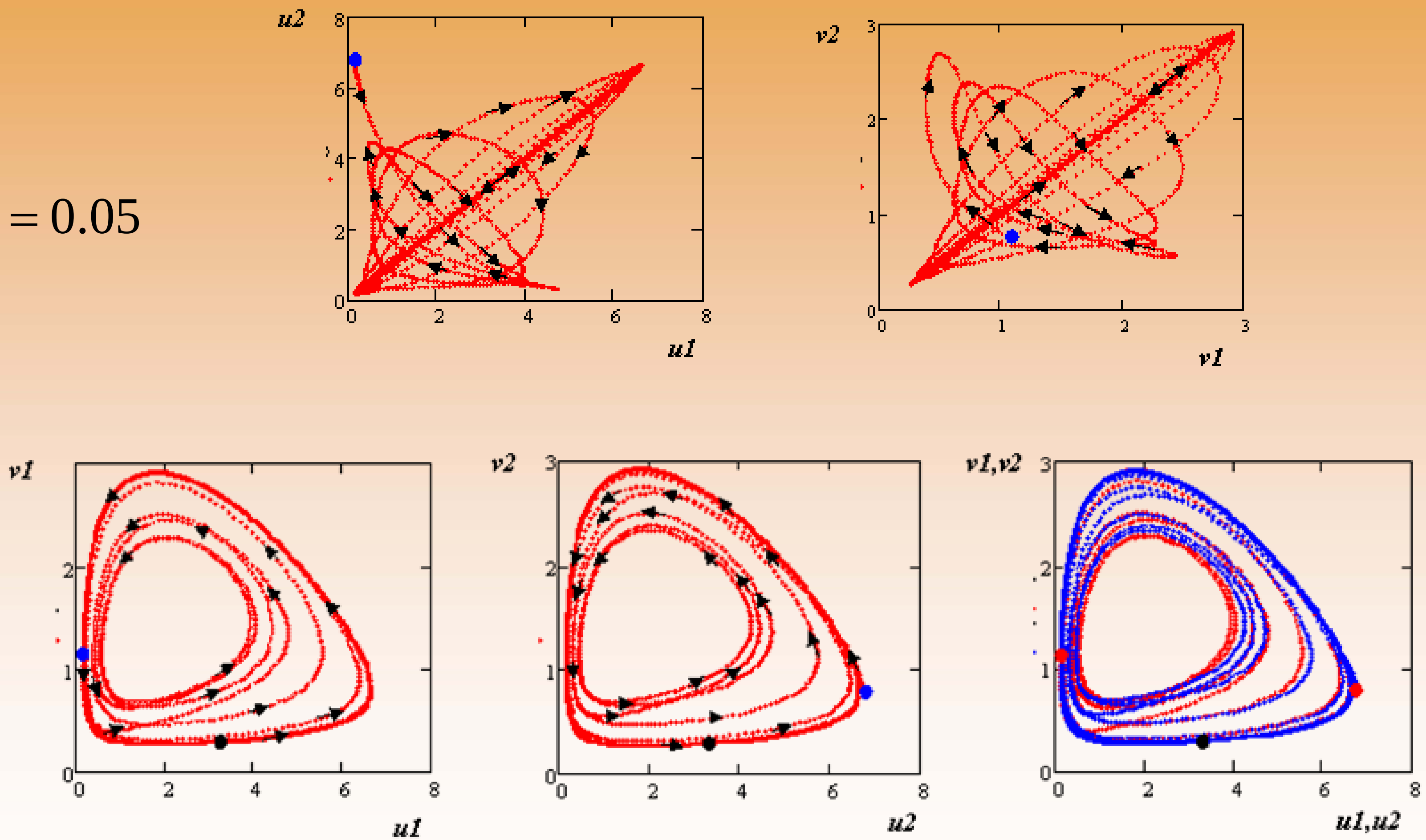


b)



Двумерная проекция фазового портрета системы (2)

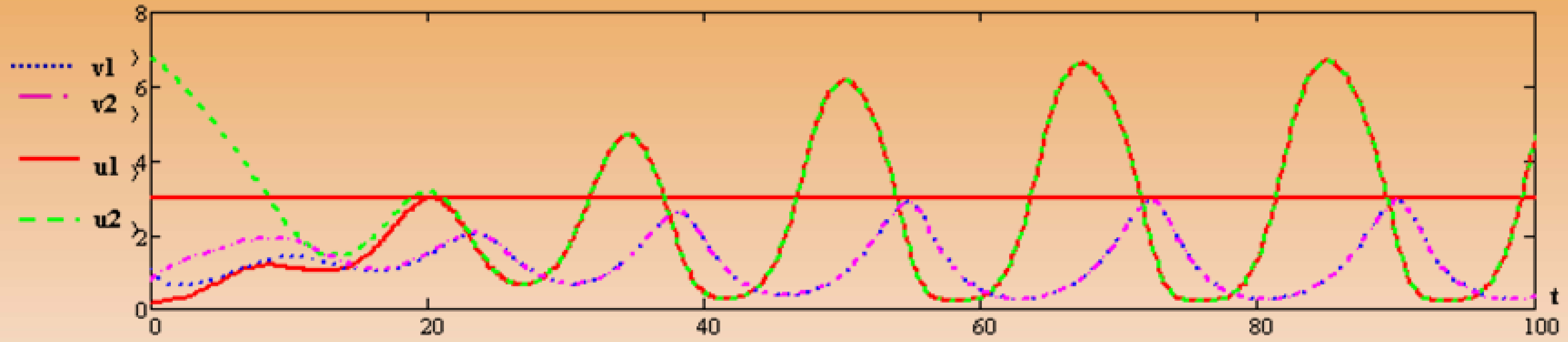
$$\beta = 0.05$$



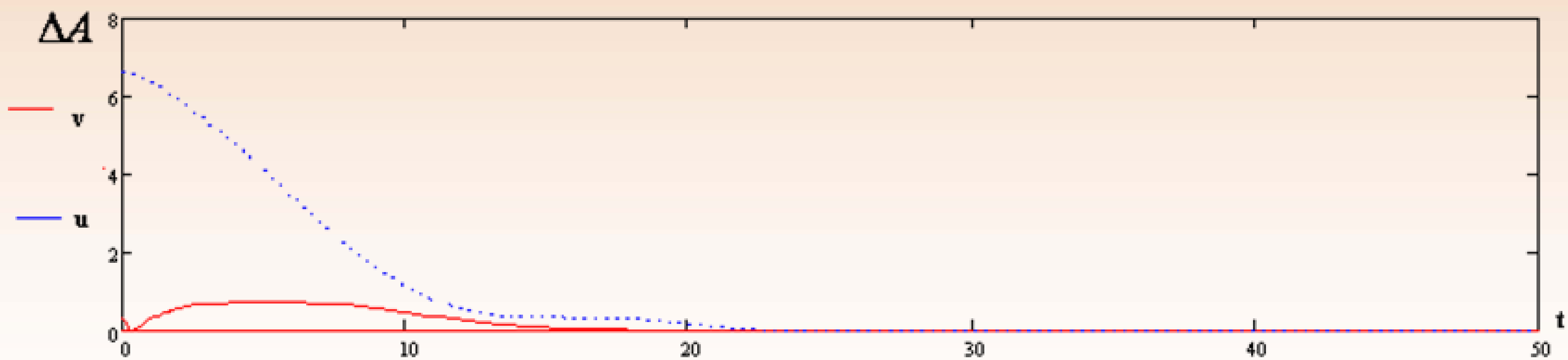
а) динамика системы (2)
b) разности моментальных амплитуд двух сообществ.

$\beta = 0.4$

a)

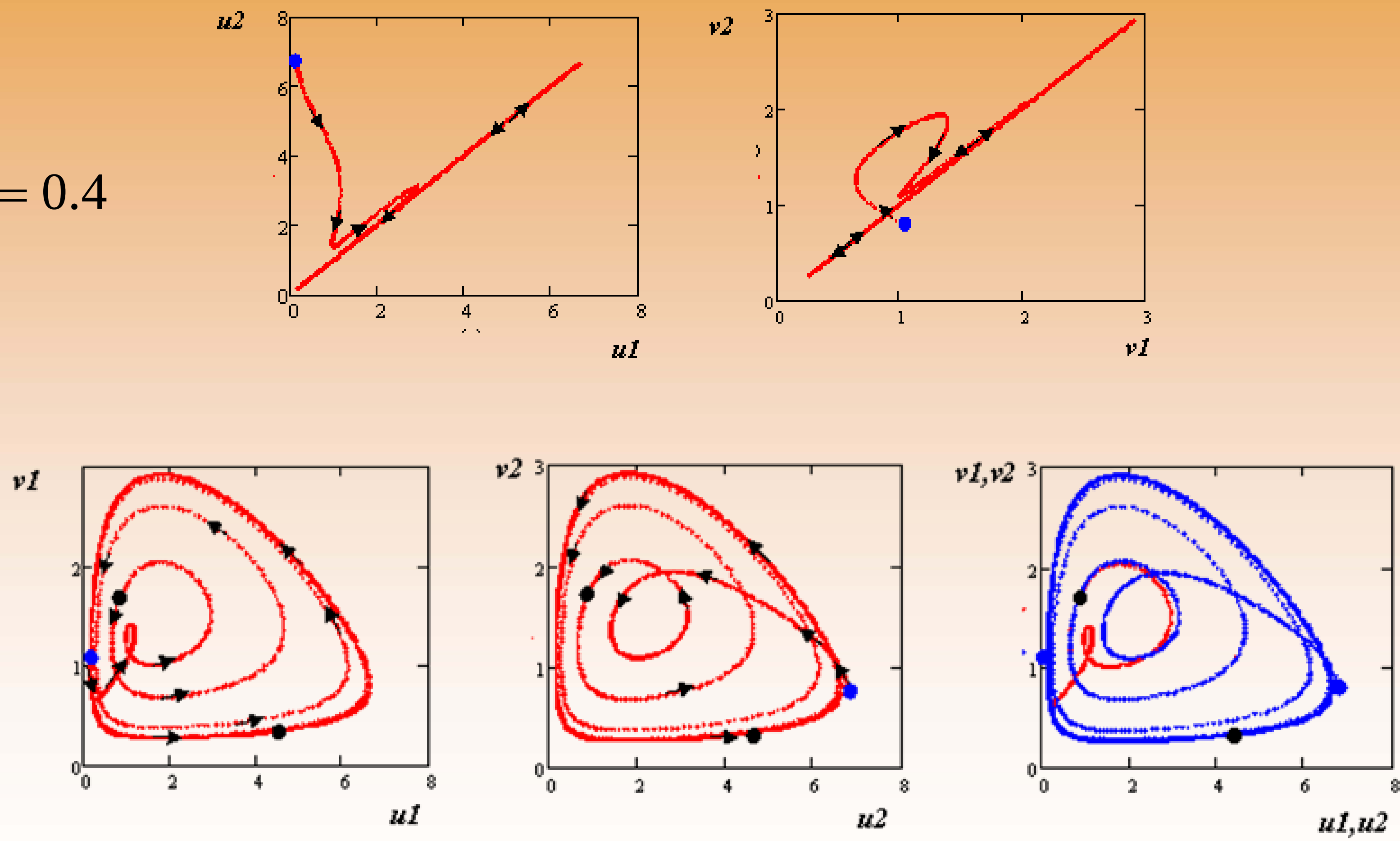


b)



Двумерная проекция фазового портрета системы (2)

$\beta = 0.4$



Результаты исследования:

- Показано, что введение коэффициента миграции, который является параметром связи между двумя подобными соседними сообществами, в модель Базыкина типа «ресурс-потребитель» приводит к синхронизации колебаний рассматриваемых систем.
- От величины данного коэффициента зависит скорость синхронизации этих систем (с увеличением его значений синхронизация наступает быстрее).
- Найдено максимальное значение относительной доли миграции, соответствующее наиболее быстрой синхронизации колебаний рассматриваемых сообществ, при переходе через которое время достижения полной синхронизации увеличивается.